

Einfluss der Relativbeschleunigung bei dynamischer Beanspruchung von Mehrphasenmedien am Beispiel der Vibrationsrammung

M.Sc. P. Staubach, Bauhaus Universität Weimar
M.Sc. J. Machaček, Karlsruher Institut für Technologie

Die numerische Untersuchung dynamischer Beanspruchungen des Mehrphasenmediums Boden umfasst die Berücksichtigung der Interaktion zwischen dem Festkörper und den Porenfluiden. Eine kontinuumsmechanische Beschreibung dieser Problemstellung stellt die von Zienkiewicz vorgeschlagene u-p Formulierung dar. Dieser Formulierung liegt die Annahme zugrunde, dass die Relativbeschleunigung zwischen Feststoff und Fluid vernachlässigbar ist. Mit steigender Belastungsfrequenz und Durchlässigkeit des Bodens nimmt der Einfluss der Relativbeschleunigung allerdings zu. In diesem Beitrag wird der Gültigkeitsbereich der u-p Formulierung anhand einer neuen semi-analytischen Lösung für die eindimensionale Wellenausbreitung im gesättigten Boden untersucht. Im Vergleich zu vorangegangenen Arbeiten wird die Relativbeschleunigung in dieser semi-analytischen Lösung nicht vernachlässigt. Es wird gezeigt, dass die Relativbeschleunigung bei geringer Durchlässigkeit nur für sehr hohe Frequenzen (> 100 Hz) eine Rolle spielt, während für größere Durchlässigkeit eine Frequenzschwelle von etwa 60 Hz gilt. Um diese Erkenntnisse auch für den bodenmechanisch relevanten Fall mit materieller Dämpfung und komplexer Geometrie zu validieren, werden Modellversuche zur Vibrationsrammung unter Verwendung unterschiedlicher Elementformulierungen (u-p und u-p-U) sowie des hypoplastischen Stoffmodelles mit intergranularer Dehnung numerisch simuliert. Die Ergebnisse zeigen, dass die Berücksichtigung der Relativbeschleunigung im Bereich der verwendeten Vibrationsfrequenzen keinen Einfluss hat und der kritische Frequenzbereich der semi-analytischen Lösung anwendbar ist.

1 Einleitung

Viele geotechnische Problemstellungen umfassen dynamische Wellenausbreitung mit hohen Frequenzen (Herstellungsprozesse wie die Vibrationsrammung, Maschinen-induzierte Schwingungen). Für die numerische Untersuchung solcher Problemstellungen unter Berücksichtigung des Porenwasserflusses werden in der Regel sog. u-p Elemente (Diskretisierung der Verschiebung des Feststoffs und des Porenfluids) verwendet (ZIENKIEWICZ [17]). Den u-p Elementen liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Feststoff-Körner und das Porenfluid um den gleichen Betrag beschleunigen. Steigt allerdings die Frequenz der Wellenausbreitung verliert diese Annahme ihre Gültigkeit, da der Einfluss der unterschiedlichen Trägheit zunimmt. In vielen numerischen Studien wird auf den Einfluss der Relativbeschleunigung hingewiesen [7, 3, 16, 5], es herrscht aber eine große Unsicherheit darüber, ab welchen Frequenzen die u-p Formulierung nicht mehr anwendbar ist.

In diesem Beitrag soll der Gültigkeitsbereich der u-p Formulierung zunächst mithilfe einer semi-analytischen Lösung unter Idealisierung des Bodens als poro-elastisches Medium untersucht werden. Anschließend wird die u-p Formulierung unter Simulation von Modellversuchen zur Vibrationsrammung mit einer u-p-U Elementformulierung,

welche die Relativbeschleunigung berücksichtigt, verglichen.

Im Folgenden wird die mechanische Vorzeichenkonvention für Spannungen und ein ortsfestes kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\{e_1, e_2, e_3\}$ verwendet. Vektoren und Tensoren zweiter Stufe sind fett formatiert. Es gilt $\text{div}(\mathbf{a}) = a_{i,i}$ für $i = 1, 2, 3$ und $\text{grad}(\mathbf{a}) = a_{i,j}$ für $i, j = 1, 2, 3$. Für das Vektorprodukt (\cdot) gilt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i$. Weiter gilt $\mathbf{1} = \text{diag}[1, 1, 1]$. Die erste bzw. zweite Zeitableitung der Verschiebung \mathbf{u} sind $\dot{\mathbf{u}}$ bzw. $\ddot{\mathbf{u}}$.

2 Kontinuumsmechanische Beschreibung

Um das Mehrphasen-System Boden kontinuumsmechanisch zu beschreiben, wird die Theorie Poröser Medien (TPM) verwendet (siehe z.B. [9]). Für gesättigte Zustände wird ein Ersatzsystem mit den beiden Konstituierenden $\alpha = s, w$ (s : Feststoff, w : Fluid) gebildet und die mechanische Beschreibung der Mischung resultiert aus den superponierten Einzelsystemen. Der Volumenanteil der Phase α ist $\varphi^\alpha = dV^\alpha/dV$, wobei V^α das Volumen der Phase α ist. Die am Gesamtsystem anteilige Korndichte ist $\rho^s = (1 - n)\bar{\rho}^s$ (mit der spezifischen Korndichte $\bar{\rho}^s$) und die anteilige Dichte des Wassers $\rho^w = n\bar{\rho}^w$, wobei die Porosität durch $n = 1 - \varphi^s = \varphi^w$ definiert ist.

Die für die numerische Beschreibung herangezogenen Bilanzgleichungen werden im Folgenden erläutert. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich in [18, 10] und mit der Berücksichtigung um ungesättigte Zustände in [5].

2.1 Impulsbilanz der Mischung

Die Impulsbilanz der Mischung berücksichtigt den Beitrag aus den totalen Spannungen $\sigma^{tot} = \sigma - \alpha p^w \mathbf{1}$ (mit der Biot Konstanten α und dem Porenfluiddruck p^w), die Gewichtskraft der Mischung $\rho^{tot} \mathbf{b}$ und die beiden unabhängigen Trägheitsterme des Feststoffs und des Porenfluids:

$$\text{div}(\sigma^{tot}) + \rho^{tot} \mathbf{b} = \varphi^s \bar{\rho}^s \ddot{\mathbf{u}}^s + \varphi^w \bar{\rho}^w \ddot{\mathbf{u}}^w. \quad (1)$$

Für die Approximation mit der u-p Formulierung wird die rechte Seite zusammengefasst und durch $\rho^{tot} \ddot{\mathbf{u}}$ (unter der Annahme $\ddot{\mathbf{u}}^s = \ddot{\mathbf{u}}^w$) ersetzt.

2.2 Impulsbilanz des Porenwassers

Die Impulsbilanz des Porenwassers berücksichtigt den Gradienten des Porenfluiddrucks, die Trägheit des Porenfluids und den Impulsaustausch mit der Feststoffphase unter Verwendung der relativen Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{w}}^w = \dot{\mathbf{u}}^w - \dot{\mathbf{u}}^s$, der Permeabilität \mathbf{K}^{Perm} und der dynamischen Viskosität η^w des Fluids:

$$\text{grad}(p^w) + \bar{\rho}^w \ddot{\mathbf{u}}^w + \varphi^w \eta^w (\mathbf{K}^{\text{Perm}})^{-1} \cdot \bar{\mathbf{w}}^w = \bar{\rho}^w \mathbf{b}. \quad (2)$$

2.3 Massenbilanzen

Die Massenbilanz des Feststoffs ist

$$\dot{n} = (1 - n) \text{div}(\dot{\mathbf{u}}^s) \quad (3)$$

und die Massenbilanz des Porenfluids

$$\varphi^w \frac{1}{\bar{K}^w} \frac{dp^w}{dt} + \varphi^w \text{div}(\dot{\mathbf{u}}^w) + (1 - \varphi^w) \text{div}(\dot{\mathbf{u}}^s) = 0, \quad (4)$$

mit dem Kompressionsmodul des Porenfluids \bar{K}^w .

2.4 FE Approximation

Für die numerische Lösung unter Verwendung der Finite-Elemente (FE) Methode werden die Bilanzgleichungen örtlich und zeitlich diskretisiert. Neben den u-p Elementen wurden sowohl u-U Elemente (Diskretisierung der Verschiebung des Feststoffs und des Porenfluids) als auch u-p-U Elemente (Diskretisierung der Verschiebung des Feststoffs, des

Porenfluiddrucks und der Verschiebung des Porenfluids) implementiert. Letztere Formulierungen berücksichtigen im Gegensatz zur u-p Formulierung die Relativbeschleunigung. Details zur Ableitung der Formulierungen können [5, 11] entnommen werden.

3 Semi-analytische Lösung für die eindimensionale Wellenausbreitung in einem poro-elastischen Medium

Um den Gültigkeitsbereich der u-p Formulierung zu bestimmen, werden die in Abschnitt 2 vorgestellten Bilanzgleichungen zunächst analytisch gelöst. Da sowohl der Fall mit Berücksichtigung der Relativbeschleunigung als auch derjenige unter deren Vernachlässigung untersucht werden soll, wird die analytische Lösung unter Ansatz einer u-U Formulierung abgeleitet, welche die Bilanzgleichungen physikalisch exakt löst. Dabei werden die Gleichungen sowohl nach der Verschiebung des Feststoffs als auch nach derjenigen des Porenfluids gelöst.

Zunächst werden die Bilanzgleichungen für den eindimensionalen Fall umgeschrieben. Die Impulsbilanz der Mischung ist nach Gl. (1) gegeben durch

$$D u_{,xx}^s - \alpha p_{,x}^w = \varphi^s \bar{\rho}^s \ddot{u}^s + \varphi^w \bar{\rho}^w \ddot{u}^w, \quad (5)$$

wobei $D = E \frac{(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$ gilt und die Beziehung $\varepsilon = u_{,x}$ verwendet wurde. Um eine homogene Differentialgleichung zu erhalten, wurde die Gewichtskraft in Gl. (5) vernachlässigt. Die Impulsbilanz des Porenwassers unter Vernachlässigung der Gewichtskraft ist nach Gl.(2)

$$p_{,x}^w + \bar{\rho}^w \ddot{u}^w + \frac{\varphi^w \eta^w}{K^{\text{perm}}} (\dot{u}^w - \dot{u}^s) = 0 \quad (6)$$

und die Massenbilanz des Porenwassers nach Gl. (4)

$$p^w \frac{\varphi^w}{\bar{K}^w} + \varphi^w u_{,x}^w + (1 - \varphi^w) u_{,x}^s = 0. \quad (7)$$

Für Gl. (7) wurde ausgenutzt, dass die Spannung für ein elastisches Material nicht pfadabhängig ist, und die zeitliche Änderung des Porenwasserdrucks und der Verschiebungsgradienten daher durch die entsprechenden Werte selbst substituiert werden kann ($\dot{p}^w = p^w$, $\dot{u}_{,x} = u_{,x}$). Gl. (7) wird nach dem Porenfluiddruck aufgelöst und in Gl. (5) eingesetzt:

$$\left(D + \alpha(1 - \varphi^w) \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} \right) u_{,xx}^s + \alpha \bar{K}^w u_{,xx}^w = \rho^s \ddot{u}^s + \rho^w \ddot{u}^w. \quad (8)$$

Ebenso wird der Porenfluiddruck in Gl. (6) substi-

¹Diese Definition entspricht nicht der Darcy-Fließgeschwindigkeit.

tuert:

$$-\frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} (\varphi^w u_{,xx}^w + (1-\varphi^w) u_{,xx}^s) + \bar{\rho}^w \dot{u}^w + \frac{\varphi^w \eta^w}{K^{\text{perm}}} (\dot{u}^w - \dot{u}^s) = 0. \quad (9)$$

Die Gleichungen (8,9) können zu homogenen gewöhnlichen Differentialgleichungen überführt und die primären Variablen \hat{u}^s und \hat{u}^w im Laplace Bereich durch einen exponentiellen Ansatz ersetzt werden:

$$\hat{u}^s(s, x) = U^s e^{\lambda s x} ; \quad \hat{u}^w(s, x) = U^w e^{\lambda s x} \quad (10)$$

worin U^s und U^w die Wichtungen der Verschiebung des Feststoffs bzw. des Fluid sind, die in Abhängigkeit der Randbedingungen zu bestimmen sind. s ist die komplexe Laplace Variable. Substitution der Gleichungen (8,9) mit Gl. (10) führt auf:

$$\begin{bmatrix} \beta \lambda^2 - \rho^s & \alpha \bar{K}^w \lambda^2 - \rho^w \\ -\chi - \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} (1-\varphi^w) \lambda^2 & \bar{\rho}^w + \chi - \bar{K}^w \lambda^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^s \\ U^w \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

worin $\beta = (D + \alpha(1-\varphi^w) \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w})$ und $\chi = \frac{\varphi^w \eta^w}{K^{\text{perm}}} \frac{1}{s}$ verwendet wurde. Gl. (11) ist ein Eigenwertproblem für λ mit der charakteristischen Gleichung:

$$\lambda^4 \left(-\beta \bar{K}^w + \alpha \bar{K}^w \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} (1-\varphi^w) \right) + \lambda^2 \left(\beta \bar{\rho}^w + \bar{K}^w \rho^s \right) + \chi (\beta + \alpha \bar{K}^w) - \rho^w \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} (1-\varphi^w) + (-\chi (\rho^s + \rho^w) - \bar{\rho}^w \rho^s) = 0. \quad (12)$$

Gl. (12) liefert die vier Eigenwerte $\lambda_1 = -\lambda_3$, $\lambda_2 = -\lambda_4$, welche in Gl. (10) eingesetzt werden:

$$\hat{u}^s(s, x) = \sum_i^4 U_i^s e^{\lambda_i s x} \quad (13)$$

$$\hat{u}^w(s, x) = \sum_i^4 U_i^w e^{\lambda_i s x}. \quad (14)$$

Somit folgt für den Porenfluiddruck:

$$\hat{p}^w = -\frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} \sum_{i=1}^4 \lambda_i s e^{\lambda_i s x} \left(\varphi^w U_i^w + (1-\varphi^w) U_i^s \right). \quad (15)$$

Im vorliegenden Fall wird als Belastung eine Heaviside Last auf den Feststoff gewählt und die folgenden Randbedingungen festgelegt:

$$\begin{aligned} \hat{u}^s(x=0) &= 0 ; & \hat{u}^w(x=0) &= 0 \\ \hat{\sigma}^s(x=l) &= -\sigma_0 ; & \hat{p}^w(x=l) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Dabei ist x die vertikale Koordinate, die am unteren Ende der Säule beginnt, und l ist die Länge

der Säule (siehe Bild 1). Da die vier Randbedingungen nicht ausreichen, um die acht Konstanten in Gl. (13,14) zu bestimmen, wird zusätzlich ein Eigenvektor aus Gl. (11) verwendet:

$$U_i^s = \underbrace{\frac{\rho^w - \alpha \bar{K}^w \lambda_i^2}{\beta \lambda_i^2 - \rho^s}}_{f_i} U_i^w. \quad (17)$$

Unter Verwendung dieser Randbedingungen ergeben sich die Wichtungen zu:

$$\begin{aligned} U_1^s &= \frac{b_2 \sigma_0}{D(b_1 - b_2)(e^{\lambda_1 l} + e^{-\lambda_1 l}) \lambda_1} = -U_3^s \\ U_2^s &= \frac{-b_1 \sigma_0}{D(b_1 - b_2)(e^{\lambda_2 l} + e^{-\lambda_2 l}) \lambda_2} = -U_4^s. \end{aligned} \quad (18)$$

Die primären Variablen im diskreten Bereich sind damit definiert durch:

$$\hat{u}^s = \frac{\sigma_0}{(b_1 - b_2) D s} \left[\frac{-b_2 (e^{-\lambda_1 s(x+l)} - e^{\lambda_1 s(x-l)})}{(1 + e^{-2\lambda_1 s l}) \lambda_1} + \frac{b_1 (e^{-\lambda_2 s(x+l)} - e^{\lambda_2 s(x-l)})}{(1 + e^{-2\lambda_2 s l}) \lambda_2} \right] \quad (19)$$

$$\hat{u}^w = \frac{\sigma_0}{(b_1 - b_2) D s} \left[\frac{-b_2 (e^{-\lambda_1 s(x+l)} - e^{\lambda_1 s(x-l)})}{(1 + e^{-2\lambda_1 s l}) \lambda_1 f_1} + \frac{b_1 (e^{-\lambda_2 s(x+l)} - e^{\lambda_2 s(x-l)})}{(1 + e^{-2\lambda_2 s l}) \lambda_2 f_2} \right] \quad (20)$$

mit $b_i = \frac{\bar{K}^w}{\varphi^w} \left(\varphi^w \frac{1}{f_i} + (1-\varphi^w) \right)$. Eine Transformation vom diskreten Bereich zurück in den Zeitbereich wird unter Verwendung des Faltungsintegrals mit dem inversen Laplace-Transformationsoperator \mathcal{L}^{-1} durchgeführt:

$$u(t, x) = \int_0^t \mathcal{L}^{-1} \left\{ \hat{u}(s, x) \right\} (\tau, x) f(t - \tau) d\tau. \quad (21)$$

Da die Heaviside Last direkt aufgebracht und nicht entfernt wird, kann $f = 1$ gesetzt werden. Im Allgemeinen ist eine analytische inverse Laplace-Transformation nur möglich, wenn die Eigenwerte λ_i nicht von s abhängen. Da im vorliegenden Fall $\lambda_i(s)$ gilt, wird das Integral in Gl. (21) numerisch gelöst, wobei ein von LUBICH [4] vorgeschlagenes Schema verwendet wird. Dieses wurde ebenso in [8] zur Lösung ähnlicher Probleme verwendet. Durch Anwendung einer Reihenentwicklung kann Gl. (21) folgendermaßen angenähert werden:

$$u(n\Delta t) = \sum_{k=0}^n w_{n-k}(\Delta t) f(k\Delta t) \quad \text{mit: } n = 1, 2, \dots, N, \quad (22)$$

wobei w gegeben ist durch:

$$w_n(\Delta t) = \frac{\mathcal{R}^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{u} \left(\gamma \frac{\mathcal{R} e^{il2\pi/L}}{\Delta t} \right) e^{-inl2\pi/L}. \quad (23)$$

Hier ist γ der Quotient der zugrunde liegenden charakteristischen Gleichung und wird zu $\gamma = 3/2 - 2z + 1/2z^2$ gesetzt. Der Parameter \mathcal{R} wird entsprechend den Empfehlungen von [8] gewählt und ist $\mathcal{R}^N = \sqrt{10^{-10}}$ (mit $N = L$). Für die numerische Auswertung wird ein Zeitinkrement von $\Delta t = 10^{-5}$ s verwendet und nur der reelle Teil von Gl. (23) berücksichtigt.

3.1 Ergebnis der analytischen Lösung

Zunächst wird die semi-analytische Lösung mit der vollen numerischen Lösung unter Verwendung der u-U Elementformulierung (siehe Abschnitt 2.4) verglichen. Abbildung 1 b) zeigt den Vergleich zwi-

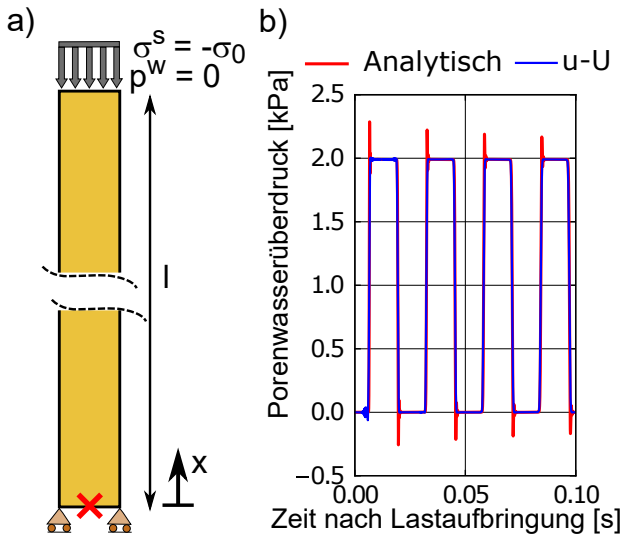


Abbildung 1: a) Randbedingungen der analytischen Lösung. b) Entwicklung des Porenwasserüberdrucks am Fuß der Säule für die analytische und die numerische Lösung unter Verwendung der u-U Elementformulierung.

schen der analytischen Lösung und der u-U Elementformulierung für die Porenwasserüberdruckentwicklung am Fuß der Säule. Durch die Kompressionswelle aus der Heaviside Last ergibt sich ein Porenwasserüberdruck bei Wellendurchgang. Bei der semi-analytischen Lösung sind leichte Oszillationen bei Ein- und Austritt der Welle zu erkennen, die mit den u-U Elementen abwesend sind. Die Ursache dieser Oszillationen liegt in der numerischen Lösung der analytischen Lösung. Beide Ansätze zeigen bezüglich der Magnitude des Porenwasserüberdrucks und der Wellengeschwindigkeit eine exakte Übereinstimmung.

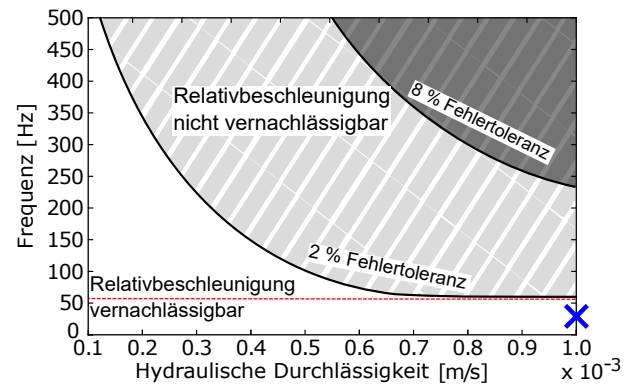


Abbildung 2: Gültigkeit der Annahme vernachlässigbarer Relativbeschleunigung in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz und der hydraulischen Durchlässigkeit. Das blaue Kreuz markiert den Bereich der später vorgestellten Pfahlrammung.

3.2 Einfluss der Relativbeschleunigung

Wie in [11] gezeigt wurde, lässt sich der Einfluss der Relativbeschleunigung für den vorliegenden Fall allein als Funktion der Belastungsfrequenz und der hydraulischen Durchlässigkeit beschreiben. Um den Einfluss der Relativbeschleunigung bewerten zu können, wird die analytische Lösung sowohl mit, als auch ohne Berücksichtigung der unterschiedlichen Trägheit implementiert und Variationsrechnungen mit variierender Frequenz und hydraulischer Durchlässigkeit durchgeführt. Der Unterschied zwischen den Ansätzen mit bzw. ohne Relativbeschleunigung wird sowohl hinsichtlich der Magnitude des Porenfluiddrucks als auch der Wellengeschwindigkeit quantifiziert. Das Ergebnis der Studie ist in Abbildung 2 dargestellt. Generell nimmt der Einfluss der Relativbeschleunigung mit größer werdender Frequenz und hydraulischer Durchlässigkeit zu. Für eine größere hydraulische Durchlässigkeit wird bei einer zugelassenen Abweichung zwischen beiden Ansätzen von 2 % eine Frequenzschwelle von etwa 60 Hz erreicht. Für signifikante Unterschiede im Bereich von 8 % sind sehr hohe Frequenzen notwendig, die außerhalb des Bereichs klassischer bodenmechanischer Problemstellungen liegen.

4 Simulation der Vibrationsrammung

4.1 Beschreibung der Problemstellung

Um zu überprüfen, ob die aus der analytischen Lösung erlangten Erkenntnisse auch für den realistischen Fall mit komplexer Geometrie und materieller Dämpfung gelten, werden im Folgenden Versuche zur Vibrationsrammung unter Verwendung der u-p Formulierung und der (physikalisch

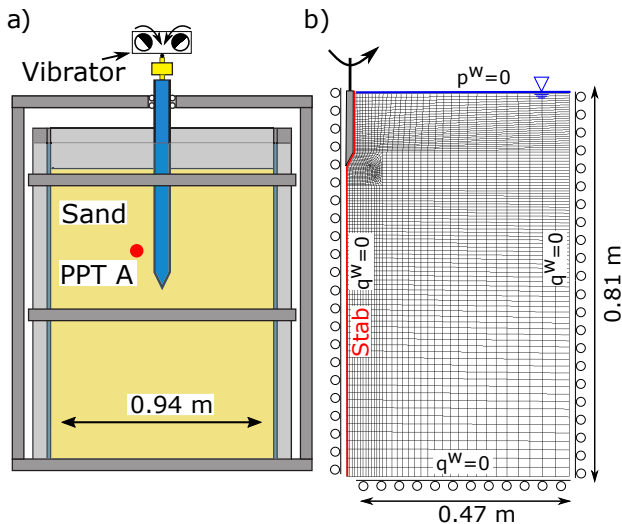


Abbildung 3: a) Schematische Darstellung des Modellversuchsstandes (in Anlehnung an [13]). b) Numerisches Modell mit Randbedingungen.

exakten) u-p-U Formulierung durchgeführt. Hierfür werden 1g Modellversuche verwendet, die von VOGELSANG durchgeführt wurden und ausführlich in [13, 14, 12] dokumentiert sind. Eine schematische Zeichnung des Versuchsstandes ist in Abbildung 3 a) dargestellt. Der Pfahl wurde mit einer Frequenz von 25 Hz unter einem statischen Moment des Unwucht-Paares von 0,00533 kgm in den Boden eingetrieben. Als Bodenmaterial wurde voll gesättigter Karlsruher Sand verwendet. Die hydraulische Durchlässigkeit beträgt etwa $k^w = 10^{-3}$ m/s. In Abbildung 2 sind die Modellversuche mit einem blauen Kreuz markiert. Die Relativbeschleunigung ist der analytischen Lösung nach daher als vernachlässigbar zu beurteilen.

Für die numerische Simulation wird das hypoplastische Stoffmodell (VON WOLFFERSDORFF [15]) mit der Erweiterung um die intergranulare Dehnung (NIEMUNIS & HERLE [6]) verwendet. Die Parameter für den Karlsruher Sand wurden anhand von Laborversuchen bestimmt und sind in [11] gegeben. Das axialsymmetrische numerische Modell ist in Abbildung 3 b) dargestellt und wurde auch in [2, 1, 11] verwendet. Eine ausführliche Erläuterung des numerischen Modells findet sich in [11].

4.2 Ergebnisse der Simulationen

Abbildung 4 zeigt die Verschiebung des Pfahls während des Rammvorgangs für die in den Versuchen gemessenen Werte sowie die Ergebnisse der Simulationen mit den u-p bzw. den u-p-U Elementen für zwei Versuche mit unterschiedlicher Anfangslagerungsdichte. In beiden Fällen ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und prognostizierten Verschiebungen. Der Unterschied zwischen den beiden Elementformulierungen fällt

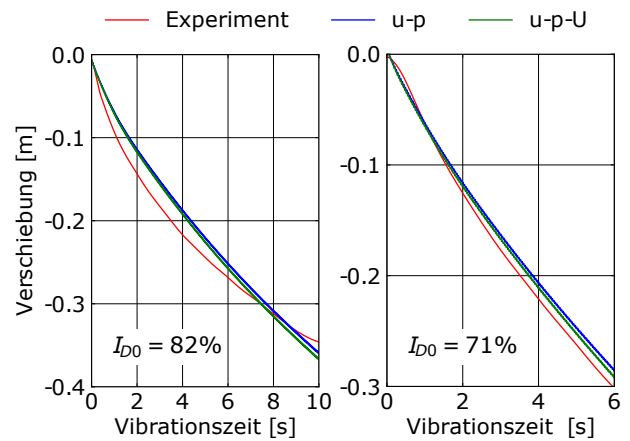


Abbildung 4: Vergleich der vertikalen Pfahl Verschiebung mit zunehmender Vibrationszeit für die im Experiment gemessenen Werte, die Prognose der Simulation mit den u-p Elementen und den u-p-U Elementen für zwei Versuche mit variierender Anfangslagerungsdichte.

sehr gering aus, was darauf hin deutet, dass der Einfluss der Relativbeschleunigung auf die Prognose der Pfahl Eindringung vernachlässigbar ist.

Neben der Verschiebung des Pfahls wurde in den Versuchen auch die Entwicklung des Porenwasserdrucks aufgezeichnet. Abbildung 5 vergleicht die gemessenen Porenwasserdrücke im Messpunkt A (siehe Abbildung 3 a)) mit der Prognose aus der numerischen Simulation. Sowohl für die u-p als auch die u-p-U Elementformulierung ergeben sich zu geringe Porenwasserdrücke im Vergleich zum Experiment. Insbesondere nachdem die Pfahlspitze den Messpunkt erreicht hat (nach etwa 2 s Vibrationszeit), prognostiziert die Simulation zu geringe Amplituden des Porenwasserdrucks. Qualitativ stimmen die Verläufe der Simulation jedoch gut mit den Messwerten überein. Im Vergleich zur u-p Formulierung ergeben sich bei der u-p-U Formulierung etwas größere Amplituden, wobei der Unterschied gering ist. Der Einfluss der Relativbeschleunigung ist daher auch bei Vergleich der Entwicklung des Porenwasserdrucks als vernachlässigbar zu beurteilen.

5 Fazit

Der Einfluss der Relativbeschleunigung zwischen Feststoff und Porenfluid wird nur bei sehr hoher Frequenz und hydraulischer Durchlässigkeit wichtig. Dabei liegen die maßgebenden Frequenzen bereits außerhalb der bei geotechnischen Anwendungen (z.B. Vibrationsrammung) eingesetzten Werten. Diese Erkenntnis wurde sowohl anhand einer semi-analytischen Lösung für ein poro-elastisches Material als auch für den deutlich komplexeren Fall der Vibrationsrammung gezeigt. Demzufolge ist für

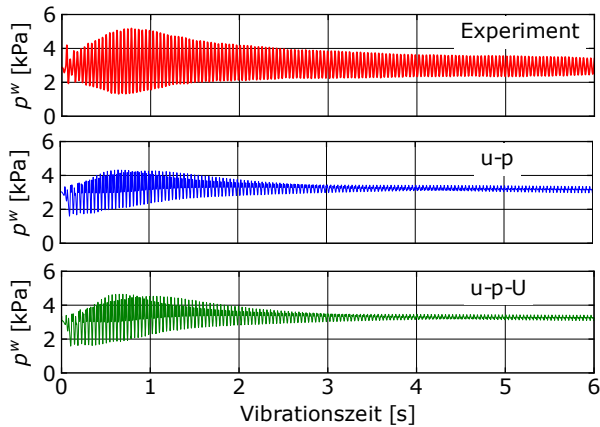


Abbildung 5: Vergleich des Porenwasserdrucks im Messpunkt A mit zunehmender Vibrationszeit für die im Experiment gemessenen Werte und die Prognose der Simulation mit den u-p bzw. den u-p-U Elementen für den Versuche mit 71 % Anfangslagerungsdichte.

die Simulation dynamischer geotechnischer Problemstellungen mit Porenwasserfluss die u-p Elementformulierung ausreichend. Numerisch weitaus aufwändigere und kompliziertere Elementformulierungen wie die u-U oder u-p-U Elementformulierung sind im Regelfall nicht notwendig.

Literaturverzeichnis

- [1] S. Chrisopoulos and T. Triantafyllidis. Zur numerischen Modellierung von Vibrationsrammung im gesättigten Boden. *Bautechnik*.
- [2] S. Chrisopoulos, J. Vogelsang, and T. Triantafyllidis. *FE Simulation of Model Tests on Vibratory Pile Driving in Saturated Sand*, pages 124–149. Springer, 2017.
- [3] B. Jeremic, Z. Cheng, M. Taiebat, and Y. Dafalias. Numerical simulation of fully saturated porous materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(13):1635–1660.
- [4] C. Lubich. Convolution quadrature and discretized operational calculus. ii. *Numerische Mathematik*, 52(4):413–425, Jul 1988.
- [5] J. Machaček, Th. Triantafyllidis, and P. Staubach. Fully coupled simulation of an opencast mine subjected to earthquake loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018.
- [6] A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 2(4):279–299, 1997.
- [7] N. Ravichandran and K. K. Muraleetharan. Dynamics of unsaturated soils using various finite element formulations. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(5):611–631, 2009.
- [8] M. Schanz and A. H. D. Cheng. Transient wave propagation in a one-dimensional poroelastic column. *Acta Mechanica*, 145(1):1–18, Mar 2000.
- [9] B. A. Schrefler, L. Simoni, L. Xikui, and O. C. Zienkiewicz. Mechanics of partially saturated porous media. In *Numerical methods and constitutive modelling in geomechanics*, pages 169–209. Springer, 1990.
- [10] B. R. Simon, J. S.-S. Wu, O. C. Zienkiewicz, and D. K. Paul. Evaluation of u – w and u – pi finite element methods for the dynamic response of saturated porous media using one-dimensional models. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 10(5):461–482, 1986.
- [11] P. Staubach and J. Machaček. Influence of relative acceleration in saturated sand: Analytical approach and simulation of vibratory pile driving tests. *Computers and Geotechnics*, 112:173 – 184, 2019.
- [12] J. Vogelsang. *Untersuchungen zu den Mechanismen der Pfahlrammung*. PhD thesis, Karlsruher Institut für Technologie, 2017.
- [13] J. Vogelsang, G. Huber, and Bender-T. Triantafyllidis, Th. Interpretation of vibratory pile penetration based on Digital Image Correlation. *Springer*, pages 31–51, 2015.
- [14] J. Vogelsang, G. Huber, and T. Triantafyllidis. *Experimental Investigation of Vibratory Pile Driving in Saturated Sand*, pages 101–123. Springer, 2017.
- [15] P. A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1(3):251–271, 1996.
- [16] A. Yerro, E.E. Alonso, and N.M. Pinyol. The material point method for unsaturated soils. *Géotechnique*, 65(3):201–217, 2015.
- [17] O. C. Zienkiewicz, C. T. Chang, and P. Bettess. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils. *Geotechnique*, 30(4):385–395, 1980.
- [18] O. C. Zienkiewicz and T. Shiomi. Dynamic behaviour of saturated porous media; the generalized biot formulation and its numerical solution. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 8(1):71–96, 1984.